# Aula 26- Composta e Inversa de aplicações lineares

 tal que 

1. Determinar , e com



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| = | = | = |

1. Introduzir no scilab

*u1=[1;2;1];*

*u2=[0;1;3];*

*u3=[1;0;5];*

1. Introduzir no scilab , e , com os nomes fu1, fu2, fu3

*fu1=[-1;3;4;2];*

*fu2=[-1;1;1;-3];*

*fu3=[1;1;2;-2];*

1. Introduzir no scilab e

*v1=[2;3;0;0];*

*v2=[1;6;0;3];*

*v3=[1;2;0;5];*

*v4=[0;0;2;1];*

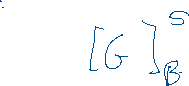
**base de , e base de . Determinar**

|  |  |
| --- | --- |
| **Algoritmo de determinação da matriz de uma aplicação linear**, | |
| Passo 1 | Determinar as imagens dos elementos de S |
| Passo 2 | Determinar as coordenadas dos vetores anteriores, em relação à base |
| Passo 3 | Construir a matriz, coluna a coluna. |

Seja  que é representada pela matriz , com base de , e base de .



1. Estudar a sobrejetividade e a injetividade de



*G=[1 2 1 5;2 1 6 1;-1 1 -6 4]*



--> rank(G)



3.



1. Determinar

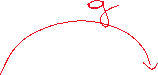


|  |  |
| --- | --- |
| **Algoritmo de determinação de  através de** | |
| Passo 1 | Determinar as coordenadas de em relação à base B=  --> C=rref([v1 v2 v3 v4 v])  C =  1. 0. 0. 0. 2.  0. 1. 0. 0. -0.75  0. 0. 1. 0. 0.75  0. 0. 0. 1. 0.5  --> C(:,5)  ans =  2.000000000000  -0.75  0.75  0.5 |
| Passo 2 | Multiplicar a matriz de g pelas coordenadas de v.  --> fv=G\*C(:,5)  fv =  3.75  8.25  -5.25 |
| Passo 3 | Determinar as componentes de  --> fv(1)\*u1+fv(2)\*u2+fv(3)\*u3  ans =  -1.5  15.75  2.25 |

## 5.4 Composição de Aplicações Lineares



V



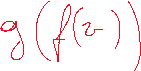
W

U



|  |
| --- |
| **Teorema** Sejam e espaços vetoriais reais e e duas aplicações lineares. Então a função composta é uma aplicação linear. |

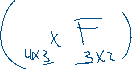
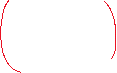
Considere  a matriz de em relação às bases S e  e a matriz de  em relação às bases  e B



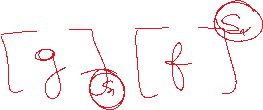
U

W

V



|  |
| --- |
| **Teorema**  Sejam V, W e U espaços vetoriais reais de dimensão finita, e duas aplicações lineares. Fixadas uma base de V,  uma base de e  uma base Considere  a matriz de em relação às bases S e  e a matriz de  em relação às bases  e B. Então |



**Exemplo**

Uma empresa de mobiliário produz dois tipos de cadeiras. O processo de fabrico tem duas fases.

Numa primeira fase produz os braços, as pernas e os assentos. Numa segunda fase procede à montagem de dois tipos de cadeiras, A e B.

Para fabricar os braços, as pernas e os assentos são necessários tecido, madeira, parafusos e verniz.

A aplicação linear de tal que  permite determinar os gastos em tecido, madeira parafusos e verniz, respetivamente, na produção  euros em braços,  euros em pernas e em assentos.



A aplicação linear de tal que  permite determinar os gastos em braços, pernas e assentos, respetivamente, na montagem de  euros em cadeiras do tipo A, a  euros em cadeiras do tipo B.

**Determinar gastos em tecido, madeira, parafusos e vernizes na produção de cadeiras A e B.**

A aplicação linear de  permite determinar os gastos em **braços, pernas e assentos**, respetivamente, na montagem de  euros em cadeiras **do tipo A, a  euros em cadeiras do tipo B**.





A aplicação linear de tal que permite determinar os gastos em **tecido, madeira, parafusos e verniz**, respetivamente, na **produção  euros em braços,  euros em pernas e em assentos.**



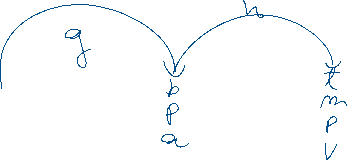


**Determinar gastos em tecido, madeira, parafusos e vernizes na produção de cadeiras A e B.**



A

B



A matriz , representa a aplicação linear em relação às bases canónicas

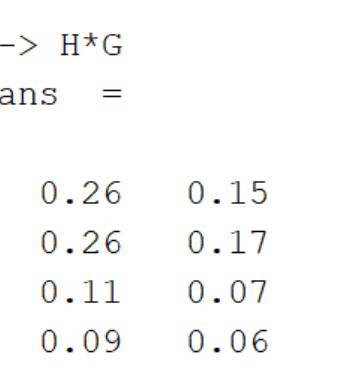
A matriz , representa a aplicação linear em relação relação às base canónicas

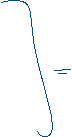
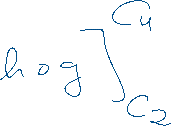
Determinar a matriz da aplicação composta 

*H=[0.2 0 0.5; 0.2 0.4 0.3; 0.1 0.2 0.1; 0.1 0.3 0];*

*G=[0.3 0; 0.2 0.2;0.4 0.3];*

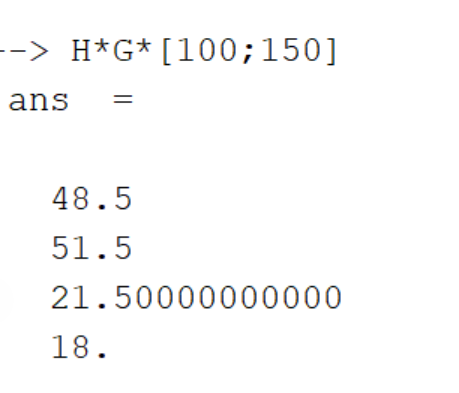
*H\*G*

**



**Determinar gastos em euros tecido, madeira, parafusos e vernizes na produção de 100 euros de cadeiras A e 150 euros de cadeiras B.**

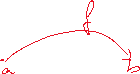
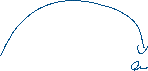
*H\*G\*[100;150]*

**

pode-se concluir que por cada 100 euros de cadeiras do tipo A e 150 euros de cadeiras do tipo B produzidos, são gastos 48,5 euros em tecido, 51,5 euros em madeira, 21,5 euros em parafusos e 18 euros em verniz.



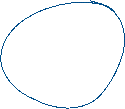
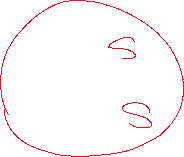
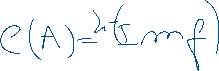
# Inversa de Aplicações Lineares



|  |
| --- |
| **Definição**  Sejam e espaços vetoriais reais. Sejam e aplicações lineares satisfazendo . Então dizemos que é a inversa de . Diz-se que é invertível e denota-se a inversa por . |



* é invertível é injetiva e sobrejetiva então



|  |
| --- |
| **Teorema** Considere-se uma aplicação linear invertível, e a matriz que representa e de e respectivamente. Então é uma matriz quadrada, invertível, e  **.** |



**Exercício**

Considere a base canónica de . Considere a matriz representativa de uma aplicação relativamente à base .



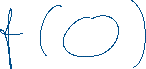
1. Mostrar que é um isomorfismo.



1. Determinar a inversa de .
2. Sabemos que uma determinada figura, foi transformada por através de , obtendo-se a figura cuja matriz é dada por . Qual a figura original?



****



****

# TPC

TPC 8- entrega até à aula (31-5 ESI-PL)

**Exercício 5.13**

Indique quais dos seguintes endomorfismos são bijetivos (automorfismos). Nesses casos, calcule a inversa.

1. :  2 →  2 , onde ;
2. :  3 →  3, onde ;
3. :  2 →  2, onde .